CONSIDERAZIONI DALLE MODELLAZIONI ALLE APPLICAZIONI

Pierfranco Ventura
www. stesecoetica.it 2024

1 – La guida della Matematica

La Matematica è una materia di studio spesso indigesta a molti ragazzi e resa ancor più difficile nel 2021/22 con la Didattica a Distanza (DAD) a causa del covid19 (corona virus disease) con la drammatica malattia del 2019 a diffusione virale, come vedremo, esponenziale.
Le operazioni più complesse si cominciano ad insegnare in prima Media e si sviluppano fino alle Superiori e specie nelle Università, per cui nelle Scuole se ne delineano subito le prospettive di sviluppo e utilizzo, specie nei campi scientifici e tecnologici molto richiesti per il lavoro, trascurando però a volte i forti legami *personalistici* della ragione con le emozioni dell'arte e con i sentimenti dello spirito, ben più necessari per formarsi.
La Matematica è nata per spiegare i fenomeni fisici, chimici, economici, statistici, ecc.: con Galilei le sperimentazioni sono state rese simulabili e fruibili con leggi di calcolo, in modo da non ripeterle ed ottenere grandi risparmi e notevole sicurezza in qualità affidabile.
La creatività ad arte e l'uso dell'intuito, che tanto attraggono i ragazzi, sono legate e guidate razionalmente dalle regole matematiche accrescendo la responsabilità nelle scelte e la riduzione dei rischi, anche se questi non si possono annullare, anzi con prudenza vanno affrontati per crescere.
Si evidenzia in proposito che meno si vogliono correre rischi e più i costi crescono esponenzialmente ovvero rapidamente, analogamente correndo rischi compulsivamente eccessivi si arriva esponenzialmente alla droga e alla violenza. Viceversa se si evitano i rischi, specie rinchiudendosi in sé stessi, o si cercano certezze rinunciando totalmente a realizzare i propri sogni in sintonia con i propri talenti e limiti, si arriva al decadimento che vedremo di tipo logaritmico.
L'insoddisfazione interiore che permea ambedue tali estremi si accentua ancor più nei bivi delle scelte esistenziali, specie adolescenziali, e in una realtà che non facilita la fiducia.
La *Storia della Matematica* può essere una buona guida anche per le scelte nella vita e per l'armonizzazione con le emozioni, per cui se ne delinea qualche commento abbozzato da un matematico di complemento.
La ragione *(ratio - logos)*, pur con i limiti sviscerati dai filosofi, permette scelte non fondate su opinioni *(opinio – doxa).* La *oggettività* reale precede la *soggettività* ideale nell'insegnamento delle scelte, oggettività tutta da oggi da recuperare per discernere senza *influencer* o *scrolling* senza ascolti.

2 – L'ordine di grandezza tramite gli esponenziali ed i logaritmi

Cominciamo subito con il significato etimologico o la provenienza della parola dalla lingua di origine:
Potenza dal latino: *potentia* è il numero moltiplicato per sé stesso quante volte indica l'esponente;
Esponenziali da esponente participio presente di esporre, dal latino: *ex ponere* = porre fuori;
Logaritmi dal greco: *logos* = discorso ragionato e *arithmos* = numeri.
Gli esponenziali e i logaritmi semplificano le operazioni a mano, specie con grandi o piccoli numeri, e per programmare con il computer qualsiasi fenomeno che varia notevolmente.
In ogni programmazione (*input e output*) è fondamentale controllare la significatività dei dati e gli ordini di grandezza dei risultati, resa sintetica dalla predetta numerazione EE, analogamente nei logaritmi i decimali dopo la virgola simulano la piccola quantità aggiunta o *mantissa*.
Fondamentali sono poi i dati di input misurati *reali statistici* più che quelli ipotizzati *virtuali probabilistici*, quasi a simboleggiare i predetti bivi nelle valutazioni delle scelte fra realismo e sogni.
Nomi dei sottomultipli e multipli dei simboli di qualsiasi unità misura sono indicati (Fig.1) in particolare per le frequenze in Hertz = Hz = cicli/secondi = numero giri/minuto (3000giri /min valore del contagiri di in auto = 50 cicli/s = 50Hz frequenza della corrente elettrica in rete da un alternatore).

L'uso *esponenziale* in particolare scandisce le *potenze di 10* per valutare gli *ordini di grandezza* nella scala decimale o a base10, usando il simbolo EE che si trova sulle calcolatrici per i numeri: 10^{-1} =1/10 = EE-01; 10^{-2} =1/100 = EE-02; 10^{-3} =1/1000 = EE-03 … fino ad infinitamente piccoli (*quantistica)* oppure 10 = 10^{1} = EE 01; 100 = 10^{2} = EE02; 1000 = 10^{3} = EE03; fino a infinitamente grandi (*astronomia*): ad esempio Giga = G = 1 miliardo = 1.000.000.000 = 10^{09}; Logaritmo $\log_{10}10^{09}$= EE 09, Tab. 3).
Per indicare qualsiasi numero si scrive solo la prima cifra seguita dalla virgola con tutti i decimali e con EE (plurale di Esponenziali) indicante proprio solo l'esponente, senza indicare la base 10, in quanto $\log_{10} 10^{EE}$ = EE. In tal modo specie con i numeri molto grandi o molto piccoli si concentra l'attenzione sui primi valori dei dati (ad esempio c = velocità della luce nel vuoto 299.792, 498 km/s ≈ 300 milioni m/s = 3 10^{8} m/s = 3 EE08 m/s) la virgola mobile fa sembrare i decimali piccola quantità.

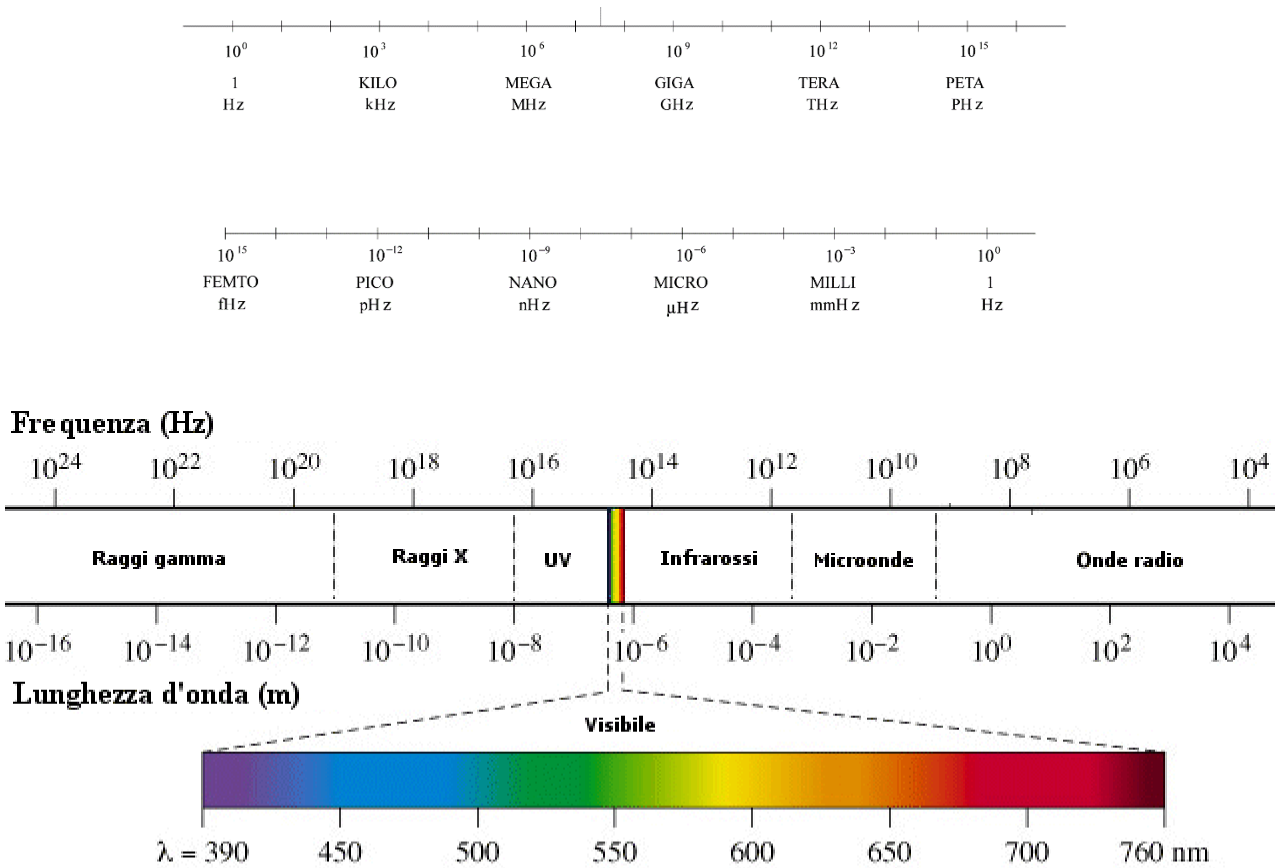


Figura 1 Scala e simbologia delle frequenze, specie estreme, di vari fenomeni fisici

Esempi di frequenze di vari fenomeni fisici sono: le amplificazioni o attenuazioni di suoni (*Decibel*), dei terremoti (*Magnitudo*), le attenuazioni di un segnale con decremento logaritmico (*Neper*), le orbite di un astro o di un satellite o terrestri (*Hertz*) 1giro/24ore = 1/86400s = 1,156 10^{-5} Hz con accelerazioni trascurabili per cui viaggiando uniformemente non ci accorgiamo di velocità a oltre 1000 km/h.
Si noti subito il quasi toccar con mano il senso dell'*infinito* e le mutazioni armoniche nell'universo che mirabilmente lo attraversano da un estremo all'altro (vedi trascendenza in Tab 3 e Fig. 2a).
La descrizione poi degli esponenziali e dei logaritmi si spiega bene direttamente correlandoli alle *modellazioni* matematiche che ne hanno ispirato le brillanti *applicazioni*, come delineato in seguito, ed i cui fenomeni Fisici originatori non va mai disgiunti nell'insegnare la Matematica.

Tabella 1 Proprietà dell'elevazione a potenza

Proprietà degli esponenti delle potenze: $y = b^x$ $8 = 2^3$

$b^x \cdot b^z = b^{x+z}$ $2^2 2^3 = 2^{2+3} = 32$

$b^{x/}/b^z = b^{x-z}$ $2^3/2^2 = 2^{3-2} = 2$

Logaritmo e radice sono operazioni *inverse* di elevazione a potenza per calcolarne rispettivamente l'esponente o la base:

potenza = y = base$^{\text{esponente}}$ ← x = esponente = $\log_{\text{base}}$ potenza $3 = \log_2 8$

$\leftarrow b = \text{base} = \sqrt[\text{esponente}]{\text{potenza}}$ $2 = \sqrt[3]{8}$

Tutti i numeri N naturali elevati a 0 valgono 1: $2^0 = 1$

$b^0 = 1 \rightarrow \log_b 1 = 0$, logaritmo di 1 in qualsiasi base è zero $\log_2 1 = 0$

Dimostrazione $b^0 = b^{x-x} = b^x/b^x = 1$ con x qualsiasi $2^0 = 2^{8-8} = 2^8/2^8 = 1$

Tutti i numeri relativi Z (negativi < zero) elevati a 0 valgono -1 $-2^0 = -1$

$b^0 = -1 \rightarrow \log_b (-1) = 0$, logaritmo di -1 in qualsiasi base è zero $\log_2 (-1) = 0$

Tabella 2 Proprietà dei logaritmi

I logaritmi consentono di trasformare le *moltiplicazioni in somme*

$\log_b (n \cdot m) = \log_b n + \log_b m$; $\ln (n \cdot m) = \ln n + \ln m$ (base *e*, *Tab 3*); $\ln 2 \cdot 3 = \ln 2 + \ln 3 = 1{,}79$

I logaritmi consentono di trasformare le *divisioni in sottrazioni*

$\log_b (n/m) = \log_b n - \log_b m$; $\ln (n/m) = \ln n - \ln m$ (base *e*, *Tab 3*); $\ln 3/2 = \ln 3 - \ln 2 = 0{,}40$

trasformano inoltre le *potenze in prodotti* e le *radici in divisioni*.

Ciò ha consentito l'ideazione del *regolo calcolatore* in cui traslando le astine in scala logaritmica, anziché lineare, come nelle somme ad esempio per misure con il metro le dimensioni di una stanza, si sommano i logaritmi (si parte da 1 che corrisponde allo 0 lineare) ottenendo il prodotto dei numeri.

Ascoltare i problemi interiori e le emozioni, specie degli studenti, possono essere sussidiate dalle origini delle soluzioni matematiche, naturalmente dando la priorità allo spirito di servizio.

Si ricorda che Fermi progettò la pila atomica (1950) dimensionandola con il regolo calcolatore; i primi Astronauti controllarono con il regolo la missione sulla Luna (1969), in quanto la prima calcolatrice elettronica è del 1972.

Analogamente sono state progettate ardite opere basandole sulle prioritarie interazioni fra Geologia-Architettura e Ingegneria, usando il regolo e le soluzioni di Statica e Geometria delle masse a partire dalle soluzioni grafiche basate sulla teoria dei vettori. (§ 4).

L'enorme potenza dei computer non consente più di seguire i calcoli dall'input al output usando l'intelligenza protesa ad escogitare criteri per risolvere calcoli più complessi come i predetti.

Pur se il *cervello lavora a 100 bit/secondo* (attrattivi per il cellulare!), anziché ad oltre 1000 PFlops (10^{18} Fig. 1), ha però una dimensione umana "esponenzialmente" superiore ad una intelligenza artificiale per impostare un problema e soprattutto sa fare scelte di servizio per amore.

La *Tecnologia solidale* diventa infatti tale se sviluppa l'informatizzazione ad esempio per la trasparenza Debito/PIL (Stato-Regioni-Province-Comuni) o la gestione degli appalti (lavoratori-avanzamenti- ecc.), la transizione green, fino alle protesi digitali per i disabili: i Petabit diventano a servizio di un nuovo umanesimo.

Tabella 3 Proprietà dei logaritmi naturali

Numero di Nepero (1618) base *e* dei logaritmi naturali $\ln x = \log_e x$ — $\log_e 1 = 0$
esponenziale e^x per $x = 1$: $e = 2{,}718281828\ldots$ o *numero trascendente* — $\ln 1 = 0$
che, fra tutte le basi possibili è il limite di una funzione che varia con tutti
i numeri naturali da –∞ a + ∞ *infinito*, Fig. 2a, eccetto $-1 > x < 0$.

$y = e^x \rightarrow f(x) = e^x$ inverso $x = \log_e f(x) = \ln f(x) \rightarrow x = \ln y$

analogamente con scambio di variabili $y = \log_e x = \ln x$ (§ 4)
La base 10 è dei logaritmi di Briggs: $\log_{10} x = \log_e x / \log_e 10 = \log_e x / 2{,}30$

La funzione *esponenziale* ha l'ascissa come *asintoto orizzontale* ∞ (Fig. 2b)
ed è crescente per tutti i numeri $x > 1$; diventa invece decrescente in — $y = 2^x$
funzione delle frazioni $1/x$. — $y = (1/2)^x$

La funzione *logaritmo* essendo l'inversa di quella esponenziale ha l'ordinata
come *asintoto verticale* ∞ (Fig. 2b) ed è simmetrica rispetto alla retta $y = x$ bisettrice a 45° degli
assi cartesiani con ascissa x e ordinata y.
Si noti che lo zero è irraggiungibile nei grafici in scala logaritmica anziché naturale.

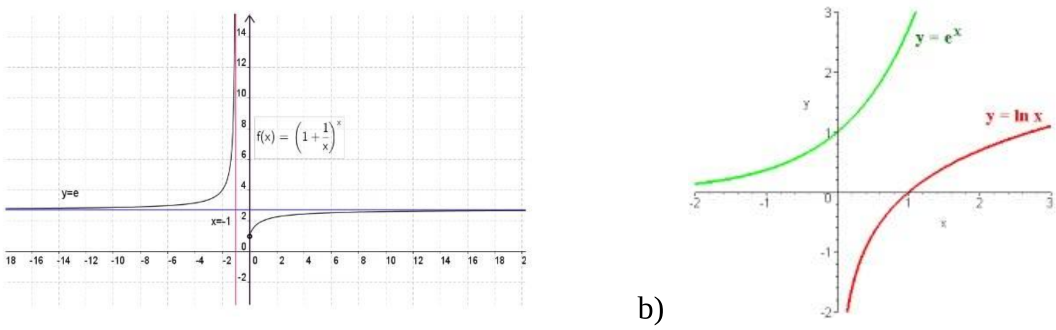
a)  b)

Figura 2 a) Grafico della funzione f(x) che ha per limite che tende a ∓ ∞ il numero y = e = 2,71… con infiniti decimali è il numero trascendente che al limite spazia verso l'infinito o numero irrazionale, come per lo spirito che integra la ragione per percepire l'eternità;
b) Simmetria fra il grafico della funzione esponenziale e^x con la funzione inversa logaritmica ln x (Torricelli, Huygens, Mercator), le curve sono simmetriche rispetto alla retta y = x.

La Matematica si ribadisce è nata dalle interpretazioni dei più disparati fenomeni e scoperte scientifiche che affascinano, una volta capite e interpretate per usarle, in accordo con la propria indole.
In natura esistono tanti fenomeni che variano in modo esponenziale come quelli appena elencati o come il decadimento di una radiazione nucleare (Bequerel), o le variazioni dell'energia delle onde del mare (kW/m). o la diffusione del covid (Rt indice di Rinfezione al tempo t o numero di soggetti contagiati da un infetto in dato intervallo di tempo: in attenuazione Rt < 1 zona gialla, in crescita esponenziale Rt > 1,25 prevenzione zona rossa, anziché arrivare a Rt > 1,5).
Numerosissimi altri sono i fenomeni che seguono leggi esponenziali o logaritmiche come in Chimica la diluizione di un solido in un liquido (mole), in Botanica la crescita delle ninfee, in Finanza il calcolo dell'interesse composto (gli interessi maturati si aggiungono al capitale e maturano ulteriori interessi progressivamente nel tempo, § 5, ad esempio di ammortamento di un mutuo in banca), o in Statistica i ritorni delle scosse sismiche (Rayleigh), in Idrologia le portate delle alluvioni (Gumbel), ecc..

Si evidenzia, in particolare, che se un fenomeno dipende da una frazione di numeri, come il rapporto Debito/PIL (Prodotto Interno Lordo), se nelle previsioni si estremizza la crescita del numeratore e la riduzione del denominatore, specie basandosi su dati probabilistici virtuali anziché statistici reali, si arriva rapidamente al catastrofismo o alle bolle speculative.
Bisogna peraltro evitare eccessi di pessimismo o previsioni in cui per considerare i fenomeni aleatori peggiori, il cosiddetto cigno nero, si prevede la catastrofe.
Analoghe considerazioni valgono per i *fattori di sicurezza delle strutture* rapporto fra le resistenze e le azioni (vedi Formazione: "Ruolo dei criteri di sicurezza" 2017 e Fondazioni 2019): urge soprattutto valorizzare le competenze e i controlli con i numeri reali sperimentali.
Si evidenzia che la *Matematica è l'unica lingua internazionale* e che ci avvicina brillantemente alle certezze nelle scelte, peraltro non solo basate su vero 1 e falso 0 digitali.

3 - Calcolo del numero e di Nepero o di Eulero

Per comprendere la definizione del *numero e* son necessarie conoscenze avanzate dell'Analisi Matematica, in particolare dei limiti, degli integrali e delle equazioni differenziali che si studiano soprattutto all'Università.
La definizione più usata per calcolare *e* è stata ideata come limite notevole all'infinito da Bernoulli, valutabile anche come sviluppo in serie usando i numeri fattoriali ad esempio 4! = 1x2x3x4 = 24 in modo da enumerare le permutazioni di n oggetti.

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

$$n=1 \to \left(1+\frac{1}{1}\right)^1 = 2$$
$$n=2 \to \left(1+\frac{1}{2}\right)^2 = 2{,}25$$
$$n=3 \to \left(1+\frac{1}{3}\right)^3 = 2{,}37$$
$$n=4 \to \left(1+\frac{1}{4}\right)^4 = 2{,}44$$
...
$$n=100 \to \left(1+\frac{1}{100}\right)^{100} = 2{,}704$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!} = \frac{1}{0!}+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}+\dots$$
$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!} = 1+1+0.5+0.16+0.04+\dots$$
$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!} = 2.7182818\ldots = e$$

più aumenta n, più il risultato finale si avvicina al reale valore del numero *e*, che viene quindi raggiunto solo quando *n* tende ad infinito, *crescita esponenziale* fino $\infty = 1/0$ tipica di vari fenomeni naturali (§ 5).
Analogamente con la serie di Taylor somma delle derivate (n) nell'intorno del punto x_0, divise per il fattoriale n! che serve per semplificare sistematicamente i fattori numerici delle derivazioni:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n. \qquad e^x = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}, \qquad e = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}$$

$$y = f(x) = b^x \to y = e^x \quad \to x = log_e y = ln\, e^x$$

La progressione di f(x) da aritmetica con differenza costante (somme e sottrazioni) a geometrica con rapporto costane (moltiplicazioni e divisioni) è caratterizzata dalla base b.

$e^{\ln(x)} = x,$ per tutte le x positive; $\ln(e^x) = x,$ per tutte le x reali, *ln e = ln 2,71 = 1; ln (1/e)= - 1*

La progressione di Nepero decrescente da 1 = 100% è interpretabile come a base $(1- 1/n)^n \to 1/e$

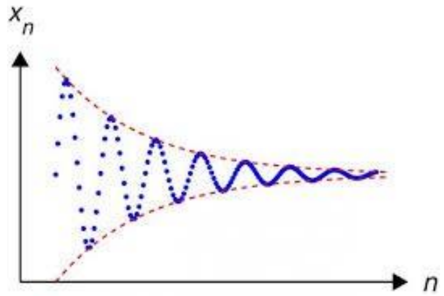
Il *logaritmo naturale* è tipico del *decadimento naturale* (§5) fino a 0 = 1/∞. In alternativa è possibile definire ln(a) come l'area sottesa dal grafico di *1/x* da *1* ad *a*, in altre parole è il valore dell'integrale:

$$\ln(a) = \int_1^a \frac{1}{x}\,dx, \qquad \text{per ogni } a > 0. \qquad \int_1^a x^{-1}\,dx = [lnx]_1^a = lna - ln1 = ln(a/1) = lna$$

4 – Legami fra Matematica, Scienza e Arte

È uscito nel 2021 di Antonio Rosmini (1797-1855) *"L'equazione dell'appagamento. Manoscritti inediti di scienze matematiche"* editore Mimesis in cui si evidenzia che la Matematica insegna l'importanza d'imparare ad imitare il giusto ordine insito nella natura, fino a trasentirne le conoscenze ultraterrene oltre le scienze e le arti terrene. Fondamentale è il collegamento fra gli studi umanistici e quelli scientifici seguendo la storica scuola italiana, più che quella anglosassone.
Ad esempio nell'Arte della *Musica* le *armoniche*, graficizzate in attenuazione o amplificazione in figura 3a, risultano *comprese fra una curva esponenziale ed una logaritmica* (Fig. 2b) quasi a materializzare il mescolarsi delle scelte fra iniziativa e prudenza. L'andamento delle onde si può inoltre ricavare, tramite l'analisi di Fourier, sovrapponendo nei più svariati modi le curve di onde sinusoidali e cosinusoidali (*mattoni del suono*) che sono funzione di seno di co-seno sfalsato di 90°. Queste sono le componenti del raggio r del *cerchio trigonometrico* scandite nel triangolo (3 gonio: fase φ, 90°, 90°- φ) ovvero le proiezioni su ascissa (rcos φ = cos φ) e ordinata (rsenφ = sen φ) dei lati del triangolo rettangolo con ipotenusa uguale al raggio r = 1; pertanto in base al teorema di Pitagora $sen\varphi^{2} + cos\varphi^{2} = 1^{2} = 1$. La scuola pitagorica interpretò le vibrazioni degli strumenti a corda, per cui ad esempio poggiando il dito a metà di una corda si dimezza l'*ampiezza* d'onda e si raddoppia la *frequenza*. Le curve sinusoidali si possono tracciare tramite una penna perpendicolare ad una lancetta di un orologio o ad un vettore (Fig. 3b) che ruota intorno al predetto cerchio con il centro che trasla linearmente lungo l'ascissa (composizione *Cinematica* di una rotazione con una traslazione). Contemplando le diversità, specie di "mattoni" quotidiani semplici, si legge l'armonia nella complessità, facendo emergere la *Speranza*.

a)



b)

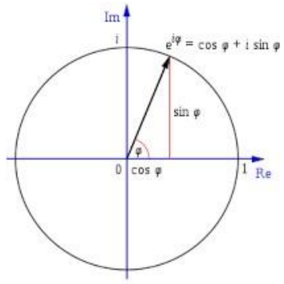


Figura 3 a) Grafico dell'attenuazione di un suono armonico; b) cerchio trigonometrico sia reale (Re) sia esteso ai numeri immaginari (Im) che quantizzano le onde ortogonali elettro-magnetiche che generano l'energia elettrica-magnetica-meccanica.

Altro forte legame riguarda le radici di numeri negativi, come ad esempio nelle risoluzioni delle incognite delle equazioni di secondo grado: tali radici non sono solubili, a meno che non si usano i *numeri immaginari* $i^2 = -1$ per cui $\sqrt{-x} = i\sqrt{x}$.
I numeri immaginari sono rappresentati tramite il cerchio trigonometrico (Fig.3b), prima analizzato in campo reale, e tramite il numero *e*, chiamato anche numero di Eulero, per cui la funzione $y = r\,(\cos x + i\,\mathrm{sen}x) = r\,e^{ix}$ consente anche di calcolare gli effetti di una *forza eccitatrice* F (t) = y che genera un impulso armonico ($r = F_{max}$; $x = 2\pi f t, con\ f\ frequenza\ in\ Hz, t\ tempo$) ad esempio di una chitarra, sviluppando così completamente le predette interpretazioni pitagoriche sulle vibrazioni.
I numeri immaginari in *Elettrotecnica* consentono poi di correlare il campo elettrico con quello magnetico e quello meccanico, fra di essi ortogonali e pertanto descrivibili con il predetto cerchio trigonometrico. I 3 campi sono alla base della comprensione del funzionamento dei generatori elettrici (da Maxwell a Pacinotti) o dei fenomeni correlati ai moti delle stelle nell'universo.
Si accenna infine all'*Analisi infinitesimale* in cui ad esempio si valutano i cambiamenti del grafico di una funzione f(x) in un intervallo di variazione molto piccolo, o meglio differenza infinitesima *dx* della variabile *x*, ovvero la sua *derivata* df(x)/dx, che a Roma si dice "come butta".

Nascono le *equazioni differenziali* che descrivono l'evoluzione di tanti fenomeni (le predette corde vibranti e la propagazione delle onde d'Alembert, elasticità Cauchy, ecc).
In particolare la funzione esponenziale (Fig 2) y = f(x) = e^x coincide con la propria derivata, infatti $de^x/dx = e^x \ln e$, essendo ln e = 1, risulta $de^x/dx = e^x$ con evoluzione rapida dalle condizioni iniziali.

$$y = e^x = \frac{dy}{dx} = \frac{de^x}{dx}\ inverso\ x = lny \ \rightarrow \frac{1}{y} = \frac{dx}{dy} = \frac{dlny}{dy} = \frac{1}{dy/dx} = \frac{1}{de^x/dx} = \frac{1}{e^x}$$

Una volta presa *rapidamente* una brutta piega o deriva non si cambia, se non con molte difficoltà o spesso attribuendole a derive di altri, senza *attenuazioni* misericordiose davanti alle fragilità.
Altri importanti operazioni sono quelle con i *vettori* ovvero con numeri caratterizzati anche da una direzione e un verso, od orientati, per cui per operare bisogna prima tener con delle *componenti* di un vettore sull'altro. Ad esempio il prodotto scalare (espresso con i tradizionali numeri misurabili con una scala, senza orientamento) 2 x 2 = $\vec{2}\ x\ \vec{2}$ = 4 solo se i vettori hanno la stessa direzione e verso, mentre se sono a 90° allora $\vec{2}\ x\ \vec{2}$ = 2 x 2 cos 90° = 0 avendo componente nulla l'uno rispetto all'altro. Se ognuno va per la sua strada assoluta senza considerare il verso, caratterizzato dal segno ∓ né la direzione degli altri, il risultato è nullo: solo perseguendo direzioni solidali si raggiungono gli obbiettivi. Analogamente le regole di Geometria Descrittiva della *prospettiva* (da Luca Pacioli a Andrea Pozzo) sono essenziali anche nel disegno o nella pittura, a conferma che la ragione matematica si fonde con l'emozione dell'arte.

5 – Cenni alle applicazioni del numero e

Tanti fenomeni *naturali* crescono esponenzialmente fino ∞ = 1/0 o si riducono logaritmicamente fino *0 = 1/*∞. Applicazioni in astronomia (Keplero), geografia (Mercatore), altimetria, planimetria, stereometria, o come nei seguenti esempi.

5.1 Tempo di decadimento radioattivo

N = atomi radioattivi, N_{0} = atomi radioattivi iniziali

t = tempo trascorsi, τ = emivalore di decadimento

$$N = N_0 \cdot e^{t/\tau}$$

5.2 Smorzamento di un terremoto o di un suono

δ = spostamento smorzato, δ_0 = spostamento iniziale

K rigidezza struttura, c = viscosità

$$\delta = \delta_0 \cdot e^{-Kt/c}$$

Il decremento logaritmico è la riduzione delle frequenze f in funzione dello smorzamento o *Damping* D dell'ampiezza di spostamento δs

$$\delta s = 2\pi D / \sqrt{1 - D^2} \approx 2\pi D \quad ; \quad D = \frac{\delta s}{2\pi} = \frac{(f_2 - f_1)/2}{f_n}$$

Analogamente vale lo smorzamento di un suono o viceversa la crescita esponenziale dell'amplificazione della potenza di un segnale radio (Fig.3).

5.3 Matematica finanziaria: interesse composto

$$\bar{C} = \lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{i}{n}\right)^n \cdot C = \lim_{n\to+\infty}\left[\left(1+\frac{i}{n}\right)^{\frac{n}{i}}\right]^i \cdot C = Ce^i$$

C = Capitale, i = interesse, n = numero cedole/anno

Per strabiliante i =100% anno, senza interesse composto, avresti il raddoppio del capitale Č = 2,0 C
Per i = 100% = 1, con n infinito e cedole istantanee, il capitale diverrebbe addirittura Č = 2,718 C/anno

5.4 - Calcolo probabilistico

Le funzioni probabilistiche di Gauss, Rayleigh, Gumbel presentano distribuzioni dei dati x tipo e^{-x/σ_x^2} essendo $\sigma_x{}^2$ la varianza o il quadrato della deviazione standard che nella *teoria degli errori* caratterizza riducendosi la precisione (severità) o aumentando l'inclusione (misericordia).

5.5 – Elettrotecnica

Gli sviluppi in serie dell'esponenziale immaginario tramite le serie per coseno e seno, come calcolato da Eulero, servono per descrivere i campi elettrici-magnetici tramite i *numeri complessi*.

$e^{ix} = 1+ix - \frac{x^2}{2!} - i\frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots = \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots\right) + i\left(1 - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots\right) = \cos x + i \operatorname{sen} x$

si usa il sopradetto *cerchio trigonometrico immaginario* per le *onde elettromagnetiche.*

5.6 – Uso EE

Il numero *e* è usato come EE (§ 2) per quantizzare *l'ordine di grandezza* dell'infinitamente piccolo fino all'infinitamente grande.

Alle *enormi oscillazioni nei colori*, *frequenze* 10^{15} Hz = 1 *Peta Hz* = EE15, alla velocità della luce *c* corrispondono le molto basse *lunghezze d'onda* λ = c/f ,10^{-7} m = 1 nanometro = EE-07.

Analogamente per le strabilianti frequenze lungo le orbite degli astri (10^{24} Hz) corrispondono le estremamente *piccolissime lunghezze d'onda cosmiche* (10^{-16} m = 0,1 *Fetmo metro*).

Ad esempio nel campo dei colori visibili se ne valuta l'*energia* (coincidenza stesso simbolo e) tramite la famosa formula di Einstein e Plank con l'inizio della quantistica, per cui a livello subatomico l'energia si trasmette ad esempio fra elettroni e fotoni in modo discreto in pacchetti di *quanti*:

$e = mc^2 = hf$ essendo h = costante di Plank, f = frequenza (Hz = 1/s)

$h = 6{,}62607015 \cdot 10^{-34}$ J s; massa $m = eV/c^2$; $c \cong 3\cdot 10^8$ m/s

elettronvolt eV = carica 1 elettrone fra 1 Volt = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ CV = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J

Coulomb C=A s = quantità di carica elettrica trasportata in 1 secondo s dall'intensità di una corrente di un Ampere A; V =J/C↔ CV = J ≡ eV

Frequenza $f_{arancione}$ = 500 THz = 0,5 PHz = 0,5 · 10 15 Hz

Energia fotone = hf = $3{,}313\cdot 10^{-19}$ J = $3{,}313\cdot 10^{-19}/ 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ = 0,584 eV